

慶應義塾大学大学院理工学研究科 入試
2004年 電気電子工学 D1 電気回路

(1)

(1-1)

定常状態でコンデンサにかかる電圧 $v_C(0)$ は、

$$v_C(0) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$$

である。したがって、蓄えられた電荷 $q_1(0)$ は、

$$q_1(0) = C_1 V_C = \frac{R_2}{R_1 + R_2} C_1 E$$

(1-2)

$$-i_1(t) = \frac{dq_1(t)}{dt} = C_1 \frac{dv_C(t)}{dt} = C_1 R_2 \frac{di_1(t)}{dt}$$

$$\therefore \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_1 R_2} i_1 = 0$$

変数を分離して、微分方程式を解くと、

$$i_1 = C e^{-\frac{t}{C_1 R_2}}$$

である。ここで、 C は積分定数であり、初期値 $i_1(0) = \frac{E}{R_1 R_2}$ から、

$$C = \frac{E}{R_1 R_2}$$

と定められる。

$$\therefore i_1 = \frac{E}{R_1 R_2} e^{-\frac{t}{C_1 R_2}}$$

コンデンサに蓄えられている電荷は、

$$\frac{dq_1}{dt} = -i_1 = -\frac{E}{R_1 R_2} e^{-\frac{t}{C_1 R_2}}$$

の両辺を積分することで、

$$\int_0^t q_1 dt = -\frac{E}{R_1 R_2} \int_0^t e^{-\frac{t}{C_1 R_2}} dt$$

$$\therefore q_1 = \frac{C_1 R_2 E}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{C_1 R_2}}$$

(2)

(2-1)

求めるインピーダンス \dot{Z} は、

$$\dot{Z} = (R_A + j\omega L_A) // \frac{1}{j\omega C_A} = \frac{R_A}{(1 - \omega^2 L_A C_A)^2 + \omega^2 C_A^2 R_A^2} + j \frac{\omega L_A - \omega^3 L_A C_A - \omega C_A R_A^2}{(1 - \omega^2 L_A C_A)^2 + \omega^2 C_A^2 R_A^2}$$

(2-2)

印加する交流電圧を \dot{E} 、流れる交流電流を \dot{i} とすると、

$$\dot{i} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}}$$

である。したがって、

$$i_m = |\dot{I}| = \frac{E_m}{|\dot{Z}|} = \sqrt{\frac{\omega^4 L_A^2 C_A^2 + \omega^2 C_A^2 R_A^2}{R_A^2 + \omega^2 L_A^2}} E_m$$

$$\theta = \arg \dot{I} = -\tan^{-1} \left(\frac{R_A^2 - \omega^2 L_A^2}{2\omega L_A R_A} \right)$$

である。

(2-3)

$\theta = 0$ が条件であるから、

$$-\tan^{-1} \left(\frac{R_A^2 - \omega^2 L_A^2}{2\omega L_A R_A} \right) = 0$$

$$\therefore R_A^2 = \omega^2 L_A^2$$

である。