

慶應義塾大学大学院理工学研究科 入試
2006年 電気電子工学 D5 情報工学

(1)

アルファベットの送信側を x 、受信側を y と表現することにする。

$$H(x) = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

(2)

$$p(y_A) = p(x_A)p(y_A|x_A) + p(x_B)p(y_A|x_B) + p(x_C)p(y_A|x_C) + p(x_D)p(y_A|x_D) = \frac{1}{2} \cdot 1 + 0 + 0 + 0 = \frac{1}{2}$$

同様にして、

$$p(y_B) = \frac{7}{32}$$

$$p(y_C) = \frac{1}{8}$$

$$p(y_D) = \frac{5}{32}$$

(3)

あいまい度 $H(x|y)$ を求めて (1) で求めたエントロピーと比較する。

$$p(x_A|y_A) = p(x_C|y_C) = 1$$

$$p(x_B|y_A) = p(x_C|y_A) = p(x_D|y_A) = p(x_A|y_B) = p(x_C|y_B) = 0$$

$$p(x_A|y_C) = p(x_B|y_C) = p(x_D|y_C) = p(x_A|y_D) = p(x_C|y_D) = 0$$

$$p(x_B|y_B) = \frac{6}{7}$$

$$p(x_D|y_B) = \frac{1}{7}$$

$$p(x_B|y_D) = \frac{2}{5}$$

$$p(x_D|y_D) = \frac{3}{5}$$

であるから、

$$\begin{aligned} H(x|y) &= p(y_A)H(x|y_A) + p(y_B)H(x|y_B) + p(y_C)H(x|y_C) + p(y_D)H(x|y_D) \\ &= \frac{7}{32} \left(-\frac{6}{7} \log_2 \frac{6}{7} - \frac{1}{7} \log_2 \frac{1}{7} \right) + \frac{5}{32} \left(-\frac{3}{5} \log_2 \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \log_2 \frac{2}{5} \right) \\ &= \frac{7}{32} \left(\log_2 7 - \frac{6}{7} - \frac{6}{7} \log_2 3 \right) + \frac{5}{32} \left(\log_2 5 - \frac{3}{5} \log_2 3 - \frac{2}{5} \right) \\ &= 0.2823 \end{aligned}$$

したがって、

$$\frac{H(x|y)}{H(x)} = \frac{0.2823}{7/4} \doteq 16\%$$