

慶應義塾大学大学院理工学研究科 入試  
2007年 電気電子工学 D5 情報工学

(1)

通信速度を求める問題である。情報源のエントロピーは、

$$H = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} = 1 \text{ bit}$$

平均の通信時間は、

$$\tau = \frac{1}{2} 1 \text{ sec} + \frac{1}{2} 2 \text{ sec} = \frac{3}{2} \text{ sec}$$

であるから、通信速度は、

$$R = \frac{H}{\tau} = \frac{2}{3} \text{ bit/sec}$$

である。

(2)

求める最大値を  $C$  として、

$$2^{-C} + 2^{-2C} = 1$$

を解けばよい。

(3)

$$W = 2^C$$

と置くと、方程式は、

$$W^{-1} + W^{-2} = 1$$

となる。

両辺に  $W^2$  をかけると、

$$W^2 - W - 1 = 0$$

$$\therefore W = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.62$$

である。2 次方程式を解く際に複号が生じるが、最大値を求める問題なので、複号が正の場合のみを考える。  
したがって、

$$C = \log_2 1.62 \approx -\log_2 0.618 \approx 0.694$$

(4)

の割合を  $p$ 、 $\times$  の割合を  $q$  とすると、

$$p + q = 1$$

である。

通信速度は、

$$R = \frac{H}{\tau} = \frac{-p \log_2 p - q \log_2 q}{p + 2q}$$

であり、これを上の条件のもとで最大化する  $p$  と  $q$  を求める。

通信速度の対数を取り、ラグランジュの未定係数法を用いて、通信速度を最大化することを考える。つまり、

$$\log_2 R = \log_2 H - \log_2 \tau + \lambda(p + q - 1)$$

を最大化する  $p$  と  $q$  を求める。

上式を  $p$  と  $q$  で偏微分すると、

$$\frac{\partial}{\partial p} \log_2 R = \frac{1}{H_0}(-1 - \log_2 p) - \frac{1}{\tau_0} + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial q} \log_2 R = \frac{1}{H_0}(-1 - \log_2 q) - \frac{2}{\tau_0} + \lambda = 0$$

である。この 2 式から、 $\lambda$  を消去すると、

$$\frac{1}{H_0} \log \frac{q}{p} + \frac{1}{\tau_0} = 0$$

$$\frac{q}{p} = 2^{-C}$$

$$\therefore \frac{q}{p} = 2^{-0.281} \approx 0.823$$

である。これと、 $p + q = 1$  を連立させて解くと、

$$p = 0.618$$

$$q = 0.382$$

である。