東京大学大学院新領域創成科学研究科　基盤情報学専攻　入試 平成 17 年　専門科目　第 7 問

(1)

出力が安定し $V_{OUT} = \frac{V_{DD}}{20}$ となったときを考えると、

$$V_{GS} = V_{IN} = V_{DD}$$

$$V_{DS} = V_{OUT} = \frac{V_{DD}}{20}$$

である。

$$V_{GS} - V_T = V_{DD} - \frac{V_{DD}}{10} = \frac{9}{10}V_{DD}$$

であるから、N1 は線形領域で動作している。したがって、そのドレイン電流は $I_D = \beta_1(V_{GS} - V_T)V_{DS}$ であり、

$$V_{OUT} = V_{DD} - RI_D = V_{DD} - R\beta_1(V_{GS} - V_T)V_{DS}$$

$$\therefore R = \frac{190}{9\beta_1 V_{DD}}$$

(2)

N2 について、G 端子と D 端子が接続されているので、

$$V_{DS} = V_{GS}$$

である。したがって、

$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_T$$

であり、飽和領域で動作する。

N1 は先ほどと同様に、出力が $V_{OUT} = \frac{V_{DD}}{20}$ となったときは、線形領域で動作する。N1 のドレイン電流 $I_{D1} = \beta_1(V_{GS1} - V_T)V_{DS1}$ と、N2 のドレイン電流 $I_{D2} = \frac{1}{2}\beta_2(V_{GS2} - V_T)^2$ は等しいので、

$$\beta_1(V_{GS1} - V_T)V_{DS1} = \frac{1}{2}\beta_2(V_{GS2} - V_T)^2$$

$$\therefore \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{289}{36}$$

(3)

時刻 $t=0$ 以前では、出力は $V_{OUT}=\frac{V_{DD}}{20}$ に保たれている。この状態で、入力が $V_{IN}=0$ に切り替わると、N1 について

$$V_{GS}=V_{IN}=0$$

$$V_{DS}=V_{OUT}=\frac{V_{DD}}{20}$$

したがって、$V_{DS}\geq V_{GS}-V_T$ で、N1 は飽和領域で動作する。また、出力が上昇しても $V_{DS}\geq V_{GS}-V_T$ の関係は成立するので飽和領域で動作し続ける。

容量に流れ込む電流 I_{OUT} は、2 つのトランジスタの電流の差であり、

$$I_{OUT}=\frac{1}{2}\beta_2(V_{GS2}-V_T)^2-\frac{1}{2}\beta_1(V_{GS1}-V_T)^2$$

である。ここで、

$$V_{GS2}=V_{DD}-V_{OUT}$$

$$V_{GS1}=0$$

である。

容量に電流が流れ込まなくなり、出力が安定するとき、

$$0=\frac{1}{2}\beta_2\Big((V_{DD}-V_{OUT})-V_T\Big)^2-\frac{1}{2}\beta_1(-V_T)^2$$

$$V_{OUT}=V_{DD}-V_T-\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}V_T$$

右辺第 3 項を十分に小さいとすると、

$$V_{OUT}\fallingdotseq V_{DD}-V_T$$

である。

無視できないですよ

十分に小さくないですよ。

(4)

N1 について、V_{IN} が 0 になると、$V_{GS1}\leq V_T$ より $I_{D1}=0$ となる。したがって、飽和領域の N2 のみによって、出力容量が充電される様子を考える。

容量に I_{D2} の電流が流れ込むと、その電圧との関係は、

$$I_{D2}=C\frac{d}{dt}V_{OUT}$$

である。$I_{D2}=\frac{1}{2}\beta_2\Big((V_{DD}-V_{OUT})-V_T\Big)^2$ であるから、

$$\frac{1}{2}\beta_2\Big((V_{DD}-V_{OUT})-V_T\Big)^2=C\frac{d}{dt}V_{OUT}$$

$$\therefore\frac{1}{2}\beta_2\Big(V_{OUT}-\frac{9}{10}V_{DD}\Big)^2=C\frac{d}{dt}V_{OUT}$$

という V_{OUT} に関する微分方程式が得られる。

$$\int\frac{dV_{OUT}}{\Big(V_{OUT}-\frac{9}{10}V_{DD}\Big)^2}=\frac{\beta_2}{2C}\int dt+const.$$

と変形して積分を計算すると、

$$\int\frac{dV_{OUT}}{\Big(V_{OUT}-\frac{9}{10}V_{DD}\Big)^2}=-\frac{1}{V_{OUT}-\frac{9}{10}V_{DD}}$$

$$\int dt=t$$

より、

$$-\frac{1}{V_{OUT}-\frac{9}{10}V_{DD}}=\frac{\beta_2}{2C}t+const.$$

である。$t=0$ で $V_{OUT}=\frac{V_{DD}}{20}$ であるから、積分定数は $const.=\frac{1}{\frac{17}{20}V_{DD}}$ であり、

$$-\frac{1}{V_{OUT}-\frac{9}{10}V_{DD}}=\frac{\beta_2}{2C}t+\frac{1}{\frac{17}{20}V_{DD}}$$

である。

したがって、$V_{OUT}=V_{DD}-2V_T=\frac{4}{5}V_{DD}$ となる時刻 t_2 は、

$$-\frac{1}{\frac{4}{5}V_{DD}-\frac{9}{10}V_{DD}}=\frac{\beta_2}{2C}t_2+\frac{1}{\frac{17}{20}V_{DD}}$$

$$\therefore t_2=\frac{300}{17}\cdot\frac{C}{\beta_2V_{DD}}$$